

Libris.RO

Respect pentru oameni și cărți

Petre Simion

Victor Nicolae

Memorator

**Matematică
pentru clasele 9-12
• Algebră**



NICULESCU

Descrierea CIP este disponibilă
la Biblioteca Națională a României

© Editura NICULESCU, 2016
Bd. Regiei 6D, 060204 – București, România
Telefon: 021 312 97 82; Fax: 021 312 97 83
E-mail: editura@niculescu.ro
Internet: www.niculescu.ro

Comenzi online: www.niculescu.ro
Comenzi e-mail: comenzi.scoala@niculescu.ro
Comenzi telefonice: 0371 020 276, 0371 343 580, 0371 460 442, 021 312 97 82

Redactor: Lucian Călianu
Tehnoredactor: Șerban-Alexandru Popină
Coperta: Carmen Lucaci

Tipărit la FED Print S.A.

ISBN 978-973-748-975-3

Toate drepturile rezervate. Nicio parte a acestei cărți nu poate fi reprodusă sau transmisă sub nicio formă și prin niciun mijloc, electronic sau mecanic, inclusiv prin fotocopiere, înregistrare sau prin orice sistem de stocare și accesare a datelor, fără permisiunea Editurii NICULESCU.
Orice nerespectare a acestor prevederi conduce în mod automat la răspunderea penală față de legile naționale și internaționale privind proprietatea intelectuală.

Editura NICULESCU este partener și distribuitor oficial OXFORD UNIVERSITY PRESS în România.

E-mail: oxford@niculescu.ro; Internet: www.oxford-niculescu.ro

Cuprins

CAPITOLUL I. Mulțimi și elemente de logică matematică	11
1. Numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real. Operații cu numere reale	11
2. Operații cu intervale de numere reale. Aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă și partea fracționară a unui număr real	12
3. Propoziții logice, operații cu propoziții, predicate, cuantificatorul existențial și universal	13
4. Relații și operații cu mulțimi corelate cu elemente de logică. Probleme de numărare	15
5. Metoda inducției matematice	16
CAPITOLUL II. Progresii	18
1. Noțiunea de șir; modalități de a defini un șir; șiruri mărginite, șiruri monotone	18
2. Tipuri de șiruri: progresii aritmetice, progresii geometrice	19
CAPITOLUL III. Funcții (Partea I)	21
1. Reper cartezian: Drepte în plan de forma $x = m$ și $y = m$, $m \in \mathbb{R}$. Reprezentare grafică	21
2. Funcții; modalități de a descrie o funcție. Graficul unei funcții. Imaginea unei funcții	22

3. Funcții numerice. Proprietăți ale funcțiilor numerice: paritate, imparitate, simetrii.....	23
4. Funcții periodice; funcții monotone; funcții mărginite.....	24
5. Compușarea funcțiilor.....	25
CAPITOLUL IV. Funcția de gradul întâi.....	27
1. Definiție, intersecția graficului cu axele de coordonate, reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$	27
2. Monotonia și semnul funcției de gradul întâi. Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($\geq, <, >$).....	28
3. Poziția relativă a două drepte. Sisteme de ecuații liniare cu două necunoscute și sisteme de inecuații liniare cu o necunoscută.....	29
CAPITOLUL V. Funcția de gradul al doilea.....	31
1. Ecuația de gradul al doilea. Definiția și graficul funcției de gradul al doilea.....	31
2. Relațiile lui Viète; rezolvarea sistemelor simetrice.....	33
3. Monotonia funcției de gradul al doilea.....	34
4. Puncte de extrem (vârful parabolei). Semnul funcției de gradul al doilea, rezolvarea inecuațiilor de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq 0, > 0, < 0$).....	35
5. Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă. Poziția relativă a două parabole. Sisteme.....	37
CAPITOLUL VI. Puteri și radicali. Logaritmi.....	39
1. Proprietăți ale puterilor cu exponent real ale unui număr pozitiv. Aproximări raționale pentru numere iraționale.....	39

2. Radical dintr-un număr real. Proprietăți ale radicalilor.....	41
3. Logaritmul unui număr pozitiv.....	42
CAPITOLUL VII. Funcții (Partea a II-a).....	44
1. Funcții. Recapitulare și completări.....	44
2. Funcții injective, surjective, bijective. Funcții inversabile. Funcții convexe și concave.....	45
3. Funcția putere și funcția radical.....	47
4. Ecuații iraționale.....	49
5. Funcția exponențială și logaritmică.....	50
6. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice.....	52
CAPITOLUL VIII. Numere complexe.....	54
1. Numere complexe sub formă algebrică; conjugatul unui număr complex, modulul unui număr complex. Operații cu numere complexe.....	54
2. Rezolvarea în \mathbb{C} a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali; ecuații bipătrate.....	56
3. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.....	57
4. Numere complexe sub formă trigonometrică; înmulțirea și împărțirea numerelor complexe; ridicarea la putere (formula lui Moivre).....	59
5. Rădăcinile de ordin n ale unui număr complex. Ecuații binome.....	60
CAPITOLUL IX. Metode de numărare.....	61
1. Mulțimi finite ordonate. Probleme de numărare.....	61
2. Permutări.....	61

3. Combinări și aranjamente.....	61
4. Binomul lui Newton.....	62
CAPITOLUL X. Matematici financiare.....	63
1. Elemente de calcul financiar: profit, procente, dobânzi.....	63
2. Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice; reprezentări grafice ale datelor statistice.....	64
3. Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersii, abateri de la medie.....	65
4. Evenimente egal probabile. Probabilitate. Probabilități condiționate.....	66
5. Scheme clasice de probabilitate. Variabile aleatoare.....	67
CAPITOLUL XI. Permutări.....	69
1. Permutări. Operații cu permutări.....	69
2. Inversunile unei permutări. Semnul unei permutări.....	71
CAPITOLUL XII. Matrice.....	72
1. Noțiunea de matrice. Adunarea matricelor și înmulțirea cu scalari a matricelor.....	72
2. Înmulțirea matricelor. Proprietăți.....	74
3. Puterea unei matrice pătrate.....	75
CAPITOLUL XIII. Determinanți.....	76
1. Determinanți de ordinul 2 și de ordinul 3.....	76
2. Proprietăți ale determinantilor de ordinul n	77
CAPITOLUL XIV. Sisteme de ecuații liniare.....	80
1. Matrice inversabile. Ecuații matriciale.....	80

2. Sisteme de ecuații liniare. Noțiuni generale. Sisteme de tip Cramer.....	81
3. Rangul unei matrice.....	82
4. Studiul compatibilității sistemelor de ecuații liniare. Teorema lui Kronecker-Capelli. Teorema lui Rouché.....	82
5. Metoda lui Gauss de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare.....	84
CAPITOLUL XV. Grupuri.....	86
1. Legi de compoziție.....	86
2. Proprietățile legilor de compoziție. Structuri algebrice pregrupale.....	88
3. Noțiunea de grup. Grupuri finite.....	90
4. Subgrup al unui grup. Subgrup ciclic. Ordinul unui element.....	92
5. Reguli de calcul într-un grup.....	94
6. Morfisme și izomorfisme de grupuri.....	94
CAPITOLUL XVI. Inele și corpuri.....	96
1. Noțiunea de inel.....	96
2. Reguli de calcul într-un inel.....	98
3. Noțiunea de corp.....	99
4. Morfisme de inele și corpuri.....	100
CAPITOLUL XVII. Polinoame.....	101
1. Inele de polinoame. Operații cu polinoame.....	101
2. Împărțirea polinoamelor. Teorema restului. Schema lui Horner.....	103
3. Divizibilitatea polinoamelor.....	104
4. Ecuații algebrice. Rădăcini multiple.....	108

MULȚIMI ȘI ELEMENTE DE LOGICĂ MATEMATICĂ

1. Numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real. Operații cu numere reale

Informare și învățare!

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ (se notează $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ mulțimea numerelor iraționale!)

- Între două numere reale diferite $x < y$ există cel puțin un număr rațional r și cel puțin un număr irațional α : $x < r < y$ și $x < \alpha < y$.
- Oricare ar fi numerele reale $x > 0$ și y , există un număr natural n astfel ca $nx > y$ (*axioma lui Arhimede*).
- Modulul $|x|$ al unui număr x se definește astfel:

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} \quad \text{sau} \quad |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{sau} \quad |x| = \max(x, -x).$$

Proprietățile modulului

- 1) $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 2) $|x|^2 = x^2 = |(-x)|^2, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 3) $|x| \geq x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 4) $|x| = |-x|, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 5) $\|x| - |y|\| \leq |x + y| \leq |x| + |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 6) $|xy| = |x| \cdot |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 7) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}^*$.
- 8) $|x| = |y| \Leftrightarrow x = y \text{ sau } x = -y$.

Fie $\varepsilon > 0$. Atunci:

9) $|x| = \varepsilon \Leftrightarrow x = \varepsilon$ sau $x = -\varepsilon$.

10) $|x| \leq \varepsilon \Leftrightarrow x \in [-\varepsilon, \varepsilon]$.

11) $|x| \geq \varepsilon \Leftrightarrow x \in (-\infty, -\varepsilon] \cup [\varepsilon, \infty)$.

2. Operații cu intervale de numere reale.

**Aproximări prin lipsă sau prin adaos,
partea întreagă și partea fracționară a unui număr real**

Informare și învățare!

• Fie $x \in \mathbb{R}$. Se numește *partea întreagă* a numărului real x numărul întreg (unic) n pentru care $n \leq x < n+1$. Notăm $n = [x]$.

Diferența $x - [x]$ se numește *partea fracționară* a numărului x și se notează $\{x\}$. Scriem $\{x\} = x - [x]$.

De exemplu:

$$\{3,21\} = 3; \{\pi\} = 3; \{-5,21\} = -6; \{3,21\} = 0,21; \{-5,21\} = 0,79.$$

Proprietăți:

1) $[x] \in \mathbb{Z}, \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $[x] = x \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$.

3) $x - 1 < [x] \leq x < [x] + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

4) $[x + p] = [x] + p, \forall x \in \mathbb{R}, \forall p \in \mathbb{Z}$.

5) $\{x\} \in [0, 1), \forall x \in \mathbb{R}$.

6) $\{x + p\} = \{x\}, \forall x \in \mathbb{R}, \forall p \in \mathbb{Z}$.

7) $[x] + \left[x + \frac{1}{2} \right] = [2x], \forall x \in \mathbb{R}$.

• Dacă $x \in \mathbb{R}$, iar x' și $x'' \in \mathbb{Q}$ sunt două aproximări ale sale prin lipsă, respectiv prin adaos, numerele $(x - x')$ și $(x - x'')$ reprezintă erorile aproximării.

De exemplu, pentru $x = \sqrt{2}$, considerăm aproximările $x' = 1,414$, $x'' = 1,415$.

Avem evident $|x - x'| \leq |x' - x''| = 0,001$ și $|x - x''| \leq |x' - x''| = 0,001$.

Spunem că x' (respectiv x'') aproximează pe x cu o eroare de cel mult 0,001, prin lipsă, respectiv prin adaos.

3. Propoziții logice, operații cu propoziții, predicate, cuantificatorul existențial și universal

Informare și învățare!

• Un enunț p care exprimă un adevăr se numește *propoziție adevărată*, iar dacă enunțul p exprimă un fals se numește *propoziție falsă*. Oricărei propoziții p i se asociază o valoare de adevăr notată $v(p)$ dată de

$$v(p) = \begin{cases} 1, & \text{dacă } p \text{ este adevărată} \\ 0, & \text{dacă } p \text{ este falsă} \end{cases}$$

Propozițiile se notează cu p, q, r, \dots , iar componerea lor se face cu ajutorul conectorilor logici: $\neg p$ (non p), $p \vee q$ (p sau q), $p \wedge q$ (p și q), $p \rightarrow q$ (p implică q) și $p \leftrightarrow q$ (p echivalent cu q), definiți prin următoarele tabele de adevăr:

p	$\neg p$
1	0
0	1

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

• O formulă propozițională se numește *tautologie* dacă este adevărată oricare ar fi valoarea de adevăr a propozițiilor componente.

Exemple de tautologii:

- $p \vee \neg p$ – principiul terțiului exclus.
- $\neg(p \wedge \neg p)$ – principiul noncontradicției.

• Două formule $\alpha(p_1, p_1, \dots, p_n)$ și $\beta(p_1, p_1, \dots, p_n)$ care au aceeași valoare de adevăr, indiferent de alegerea propozițiilor p_1, p_1, \dots, p_n se numesc *echivalente* și se notează $\alpha = \beta$ sau $\alpha \equiv \beta$.

Legile lui De Morgan

- $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
- $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

• Un enunț care depinde de una sau mai multe variabile și are proprietatea că pentru orice valori date variabilelor îi corespunde o propoziție (adevărată sau falsă) se numește *predicat*. Acesta poate fi unar, binar etc. și se notează $p(x), q(x, y)$ etc.

• Fie $p(x), x \in E$, un predicat de variabilă x .

Mulțimea $S_{p(x)} = \{x_0 \in E \mid p(x_0) \text{ este propoziție adevărată}\}$ se numește valoarea de adevăr (sau mulțime de soluții) a predicatului $p(x)$.

Exemplu: Fie enunțul: $p(x): \frac{x+5}{2x-9} = 10, x \in \mathbb{Z}$.

Se observă că $p(5)$ este propoziție adevărată, iar $p(\alpha)$ cu $\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \{5\}$ este propoziție falsă, deci $p(x)$ este predicat și mulțimea sa de adevăr este $S_{p(x)} = \{5\}$.

• Reguli de negație:

- $\neg(\exists x, p(x)) = \forall x, \neg p(x)$,
- $\neg(\forall x, p(x)) = \exists x, \neg p(x)$.

4. Relații și operații cu mulțimi corelate cu elemente de logică. Probleme de numărare

Informare și învățare!

O mulțime cu un număr finit de elemente se numește *mulțime finită*.

Numărul elementelor unei mulțimi finite se notează $|A| = \text{card } A$ (cardinalul mulțimii A). Notăm cu $\mathcal{P}(T)$ mulțimea submulțimilor mulțimii T .

• Fie $A, B \in \mathcal{P}(T)$ mulțimi finite. Atunci produsul cartezian $A \times B$ este mulțime finită și $|A \times B| = |A| \cdot |B| = \text{card } A \cdot \text{card } B$.

Exemplu: Dacă $A = \{a, b, c\}$ și $B = \{x, y\}$, atunci $A \times B = \{(a, x), (a, y), (b, x), (b, y), (c, x), (c, y)\}$ și se verifică ușor că $|A \times B| = 6 = |A| \cdot |B|$.

Proprietăți

- Dacă A, B sunt mulțimi finite și $A \subset B$, atunci $B \setminus A$ este finită și $|B \setminus A| = |B| - |A|$.
- Dacă A, B sunt mulțimi finite și $A \cap B = \emptyset$, atunci $A \cup B$ este finită și $|A \cup B| = |A| + |B|$.
- Dacă A este o mulțime finită, atunci $\mathcal{P}(A)$ este finită și $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$.

Aplicații

1. Demonstrați că dacă A și B sunt mulțimi finite, atunci avem relația: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

Demonstrație: Scriem $A \cup B = A \cup (B \setminus A)$ și cum $A \cap (B \setminus A) = \emptyset \Rightarrow$
 $\Rightarrow |A \cup B| = |A| + |B \setminus A|$. Dar $B \setminus A = B \setminus (A \cap B)$ și cum $A \cap B \subset B \Rightarrow$
 $\Rightarrow |B \setminus A| = |B| - |A \cap B|$ și, în final, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

Folosind formula anterioară, se poate demonstra relația:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

2. Câte elemente are o mulțime A , dacă $\mathcal{P}(A)$ are 512 elemente?

Soluție: $2^{|A|} = 512$ și cum $512 = 2^9 \Rightarrow |A| = 9$.

3. Cu 10 bile (roșii și albe) se pot forma 24 de perechi alcătuite din câte o bilă albă și una roșie. Aflați câte bile albe și câte bile roșii sunt.

Soluție: Notăm cu A mulțimea bilelor roșii și cu B mulțimea bilelor albe. Observăm că: $A \cap B = \emptyset$, iar $A \times B$ reprezintă mulțimea perechilor de bile (una roșie și una albă).

Atunci:

$$\begin{cases} |A \cup B| = 10 \\ |A \times B| = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |A| + |B| = 10 \\ |A| \cdot |B| = 24 \end{cases}$$

Se obțin două soluții: $\begin{cases} |A| = 6 \\ |B| = 4 \end{cases}$ sau $\begin{cases} |A| = 4 \\ |B| = 6 \end{cases}$.

5. Metoda inducției matematice

Informare și învățare!

Varianta I al principiului inducției matematice

Fie $A \subset \mathbb{N}$ cu proprietățile:

- $0 \in A$;
- dacă $n \in A$, atunci $n + 1 \in A$.

Atunci $A = \mathbb{N}$.

Aplicație

Demonstrați că $29^{2n+1} - 14^{2n+3} : 15$, $(\forall) n \in \mathbb{N}$.

Soluție: Notăm P_n enunțul: $29^{2n+1} - 14^{2n+3} : 15$ și $A = \{n \in \mathbb{N} \mid P_n \text{ este adevărată}\}$. Trebuie să demonstrăm că $A = \mathbb{N}$.

I. Se verifică ușor că $0 \in A$, adică P_0 este adevărată.

II. Demonstrăm că, dacă $n \in A$ (adică P_n adevărată), atunci $n + 1 \in A$ (adică P_{n+1} adevărată). Avem ipoteza P_n adevărată, adică:

$$29^{2n+1} - 14^{2n+3} = 15 \cdot k_n \quad (k_n \in \mathbb{Z}) \Rightarrow 29^{2n+1} = 15 \cdot k_n + 14^{2n+3}, \quad k_n \in \mathbb{Z}$$

Atunci:

$$\begin{aligned} 29^{2(n+1)+1} - 14^{2(n+1)+3} &= 29^{2n+1} \cdot 29^2 - 14^{2n+3} \cdot 14^2 = (15 \cdot k_n + 14^{2n+3}) \cdot 29^2 - \\ &- 14^{2n+3} \cdot 196 = 15 \cdot k_n \cdot 29^2 + 14^{2n+3} (29^2 - 14^2) = 15 (k_n \cdot 29^2 + 14^{2n+3} \cdot 43) : 15, \end{aligned}$$

adică P_{n+1} este adevărată.

Conform principiului I al inducției matematice rezultă că $A = \mathbb{N}$, adică P_n este adevărată pentru orice $n \geq 0$.

Varianta a II-a a principiului inducției matematice

Fie $A \subset \mathbb{N}^*$ cu proprietățile:

- $\{1, 2, \dots, k\} \subset A$;
- dacă $n \in \mathbb{N}$, atunci $n + k \in A$.

Atunci $A = \mathbb{N}^*$.

Informare și învățare!

Un șir se poate defini astfel:

1) descriptiv: $a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = \frac{1}{3}, \dots, a_n = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$;

2) prin termenul general: $a_n = 3n^2 + 1, n \in \mathbb{N}^*$;

3) printr-o relație de recurență: $x_{n+1} = x_n + a, n \in \mathbb{N}^*, a \in \mathbb{R}$ și x_1 dat.

• Un șir $(a_n)_{n \geq 1}$ se numește *crescător* (respectiv *strict crescător*) dacă $a_n \leq a_{n+1}$ (respectiv $a_n < a_{n+1}$), $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

• Un șir $(a_n)_{n \geq 1}$ se numește *descrescător* (respectiv *strict descrescător*) dacă $a_n \geq a_{n+1}$ (respectiv $a_n > a_{n+1}$), $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

• Un șir $(a_n)_{n \geq 1}$ se numește *monoton* (respectiv *strict monoton*) dacă este crescător sau descrescător (respectiv strict crescător sau strict descrescător).

• Modalitățile principale prin care se arată că un șir este monoton sunt:

1) folosirea definiției;

2) calcularea valorii raportului $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ și comparația acestuia cu 1 (în

cazul șirurilor cu termeni pozitivi);

3) calcularea diferenței $a_{n+1} - a_n$ și comparația acesteia cu 0;

4) prin inducție matematică;

5) folosirea unor inegalități cunoscute sau prin diverse artificii.

• Un șir $(a_n)_{n \geq 1}$ se numește *mărginit* dacă există numerele reale m, M , astfel încât $m \leq a_n \leq M, (\forall) n \geq 1$. În caz contrar, șirul se numește *nemărginit*.

Modalitățile principale prin care se arată că un șir este mărginit sunt:

1) prin minorare sau majorare;

2) prin inducție matematică;

3) folosind monotonia șirului;

4) folosind inegalități cunoscute sau diverse artificii.

2. Tipuri de șiruri: progresii aritmetice, progresii geometrice

Informare și învățare!

Progresii aritmetice

Un șir de numere reale în care fiecare termen, începând cu al doilea, se obține din cel precedent prin adăugarea aceluiași număr (numit *rație*) se numește *progresie aritmetică* și se notează $\div a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

Proprietăți:

1) $a_2 = a_1 + r, a_3 = a_2 + r, \dots, a_n = a_{n-1} + r$, unde r este rația progresiei;

2) $a_{n+1} - a_n = r, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$;

3) $a_n = a_1 + (n-1)r, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$;

4) $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, (\forall) n \in \mathbb{N}, n \geq 2$;

5) $a_1 + a_n = a_k + a_{n-k+1}, (\forall) k = \overline{1, n}$.

Dacă notăm $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, atunci:

6) $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{[2a_1 + (n-1)r] \cdot n}{2}$;

7) $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

Progresii geometrice

Un șir de numere al cărui prim termen este nenul, iar fiecare termen al său începând cu al doilea se obține din cel precedent prin înmulțirea cu același număr nenul (numit *rație*) se numește *progresie geometrică* și se notează $\div b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$